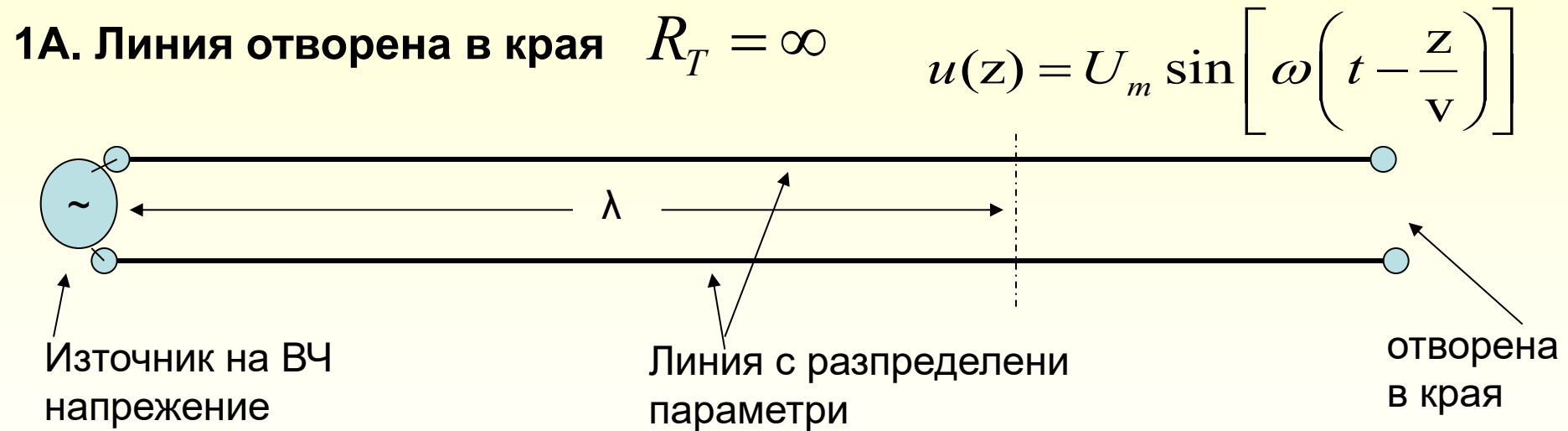


14. Натоварена линия с разпределени параметри

1. ЕМ вълни в идеална линия с разпределени параметри при различен товар в края на линията.

Линията с разпределени параметри може да бъде натоварена с различни по стойност и вид товари:



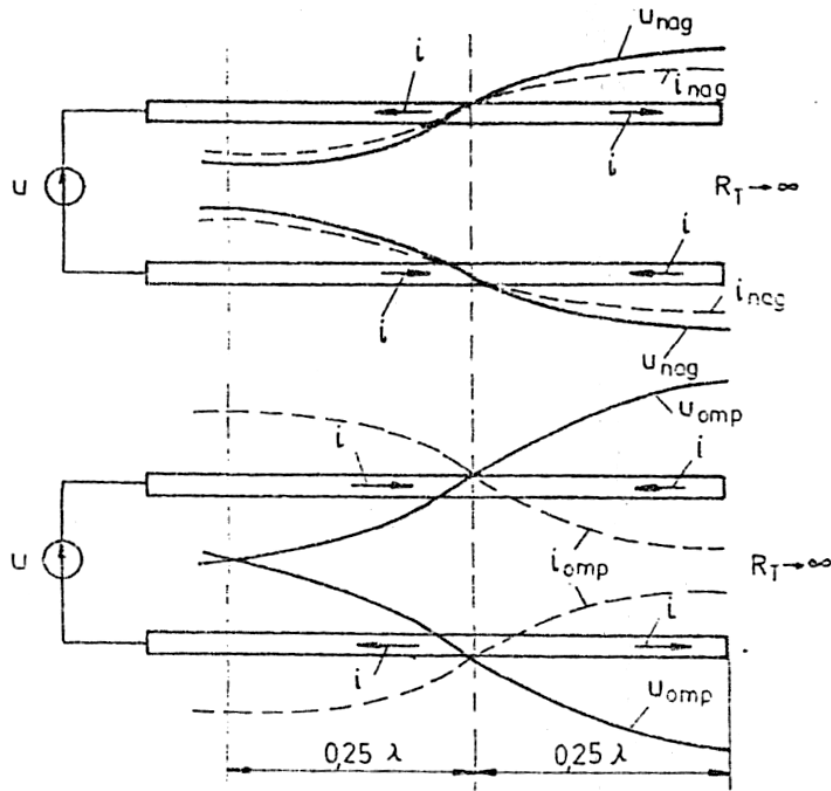
Осъществява се **режим на празен ход** - Падащите вълни на напрежението и тока от началото към края на линията се отразяват от края на линията. Отразените вълни на напрежението и тока взаимодействат (интерферират) с падащите вълни и образуват **СТОЯЩИ ВЪЛНИ на напрежението и тока**.

$$v = 1 / \sqrt{L_d C_d}$$

1

$$\beta = \frac{\omega}{v} \approx \omega \sqrt{L_d C_d} = 2\pi / \lambda$$

Разстоянието x измерваме от края на линията!



$x=0$
Стояща вълна

$$U_{nad} = U_m \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) \right]$$

**падаща
бягаща**

$$U_{omp} = U_m \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

**отразена
бягаща**

$$U(x) = U_{nad} + U_{omp} =$$

**Сумата е
стояща вълна**

$$U_m \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) \right]$$

$$+ U_m \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

$$= 2 \sin \left(\frac{\omega t + t.x/v + \omega t - t.x/v}{2} \right).$$

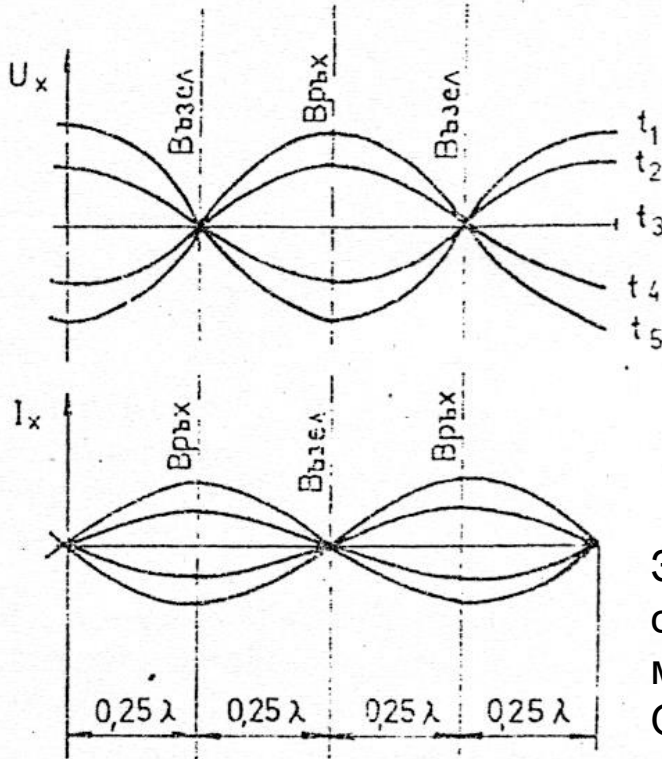
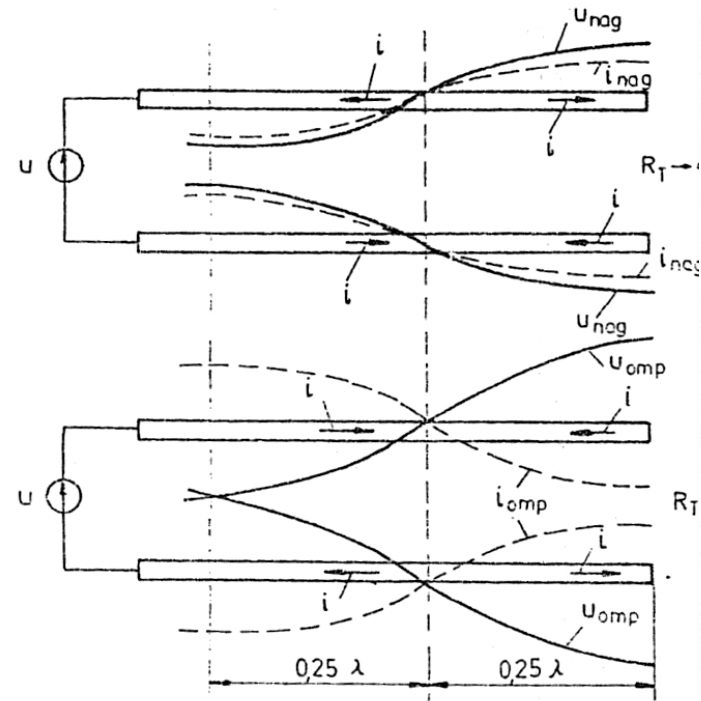
$$\cos \left(\frac{\omega t + t.x/v - \omega t + t.x/v}{2} \right)$$

$$\sin(m) + \sin(n) = 2 \sin \frac{m+n}{2} \cos \frac{m-n}{2}$$

$$U(x, t) = 2U_m \sin \omega t \cdot \cos \left(\frac{\omega}{v} x \right)$$

Натоварена линия

Стоящи вълни на напрежението u_x и тока i_x при $R_T = \infty$.



Връх и Възел

Antinode , Node

Разстоянието м/у
2 възела е $\lambda/2$!!

Разстоянието м/у
2 върха е $\lambda/2$!!

Зад. В коаксиална линия с $\epsilon_r = 2.25$, разстоянието м/у 2 възела е 10 см. Определете честотата $f = ?$

1. Отразената вълна на **напрежението** е **във фаза** с падащата вълна.
2. Отразената вълна на **тока** е в **противофаза** с падащата вълна.

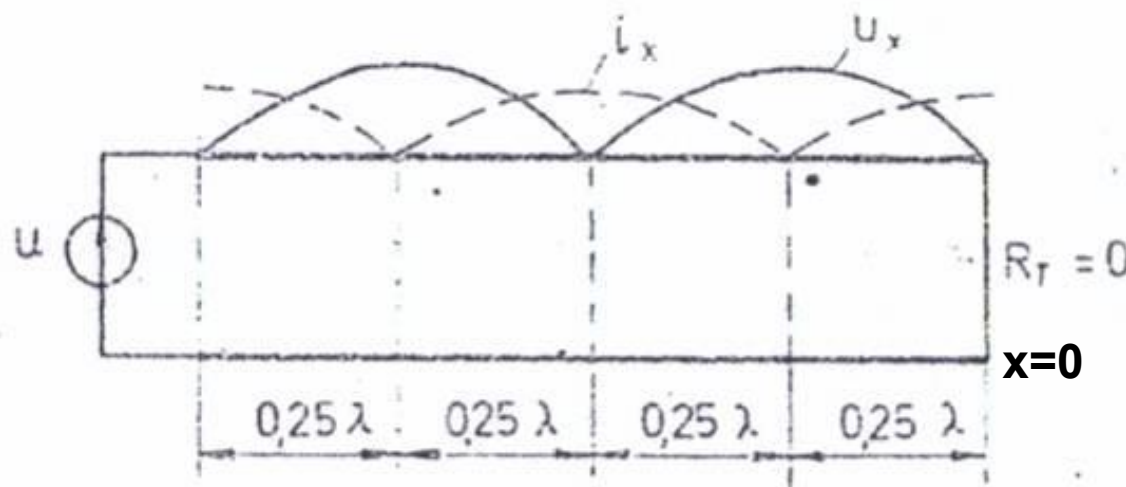
$$U_x = 2U_m \sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\omega}{v} x\right) = 2U_m \cos(\beta \cdot x) \sin(\omega t) = 2U_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \sin(\omega t)$$

$$I_x = 2I_m \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\omega}{v} x\right) = 2I_m \sin(\beta \cdot x) \cos(\omega t) = 2I_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cos(\omega t)$$

Натоварена линия

1В. Линия свързана накъсо в края. $R_T = 0$

Осъществява се **режим на късо съединение**- Отразените вълни на напрежението и тока взаимодействат (интерферират) с падащите вълни образуват отново **стоящи вълни на напрежението u_x и тока i_x** .



$$\sin(m) - \sin(n) = 2 \cos \frac{m+n}{2} \sin \frac{m-n}{2}$$

$$\sin(m) + \sin(n) = 2 \sin \frac{m+n}{2} \cos \frac{m-n}{2}$$

1. Отразената вълна на **напрежението** е в **противофаза** с падащата вълна.
2. Отразената вълна на **тока** е във **фаза** с падащата вълна.

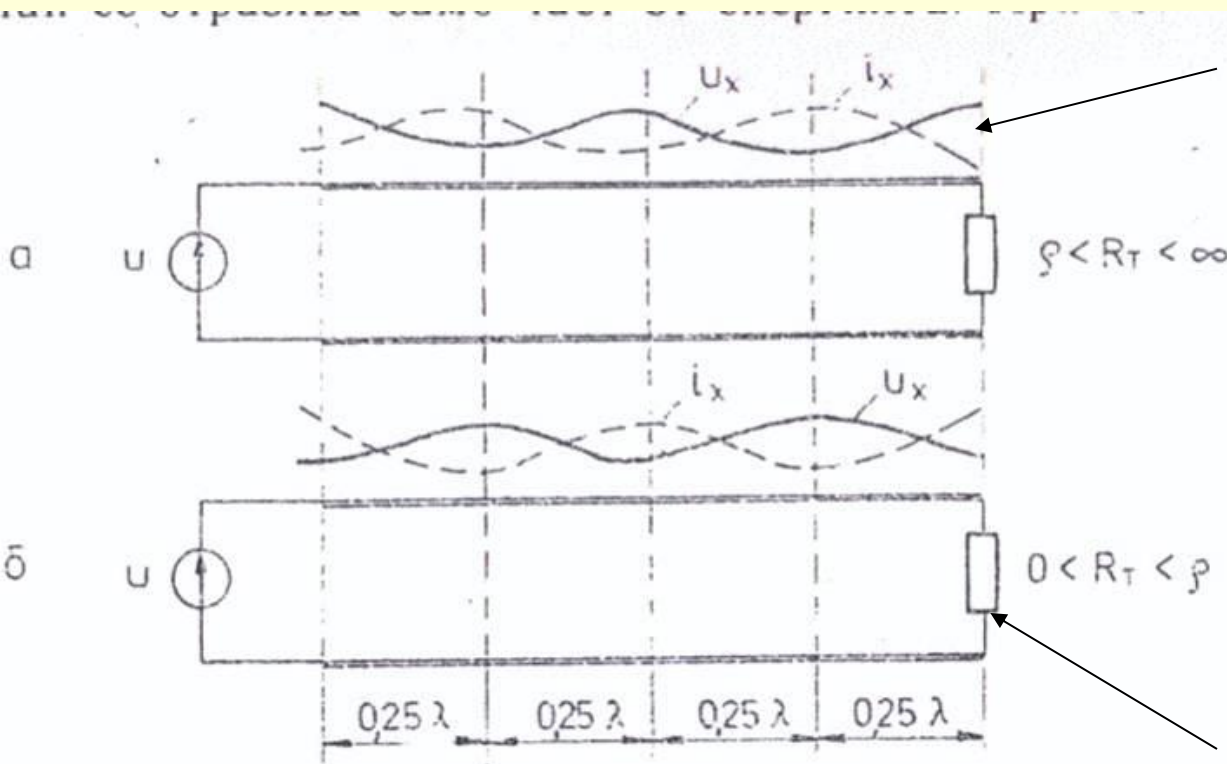
$$U_x = u_{над} - u_{omp} = 2U_m \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\omega}{v} x\right) = 2U_m \sin(\beta \cdot x) \cos(\omega t) = 2U_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cos(\omega t)$$

$$I_x = i_{над} + i_{omp} = 2I_m \sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\omega}{v} x\right) = 2I_m \cos(\beta \cdot x) \sin(\omega t) = 2I_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \sin(\omega t)$$

Натоварена линия

1С. Линия натоварена с активно съпротивление различно от вълновото съпротивление на линията.

$$R_T \neq \rho = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}}$$



Поведението на стоящата вълна е **близко** до това на **отворена линия**.

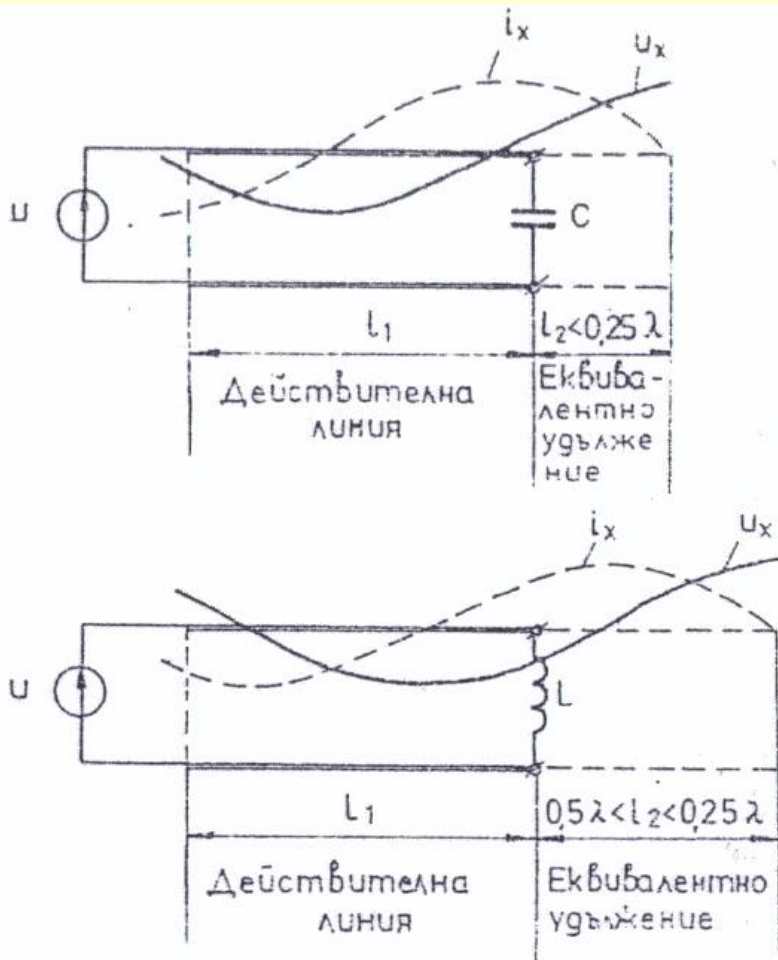
Част от енергията на вълната се разсейва от съпротивлението. Отразените вълни на напрежението и тока имат по-малка амплитуда от падащите вълни. **Амплитудата на стоящата вълна не намалява до 0!**

Поведението на стоящата вълна е **близко** до това на **накъсо дадена линия**.

При такъв товар се разпространяват **едновременно бягащи и стоящи вълни!**

Натоварена линия

1D. Линия натоварена с реактивно съпротивление: капацитивно или индуктивно съпротивление.



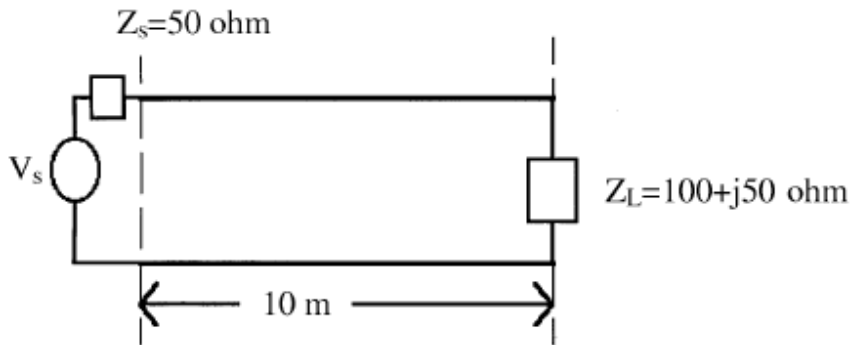
При натоварване с **капацитивно** съпротивление се установяват **стоящи вълни**, защото **C** не внася загуби. В края на линията токът не е 0, защото през кондензатора протича ток на зареждане. Графиките на стоящите вълни u_x и i_x съвпадат с отворена линия удължена с $l_2 < 0.25\lambda$.

При натоварване с **индуктивно** съпротивление се установяват **стоящи вълни**, защото **L** не внася големи загуби. В края на линията токът не е 0, защото през бобината протича ток. Графиките на стоящите вълни u_x и i_x съвпадат с отворена линия удължена с $0.25\lambda < l_2 < 0.5\lambda$.

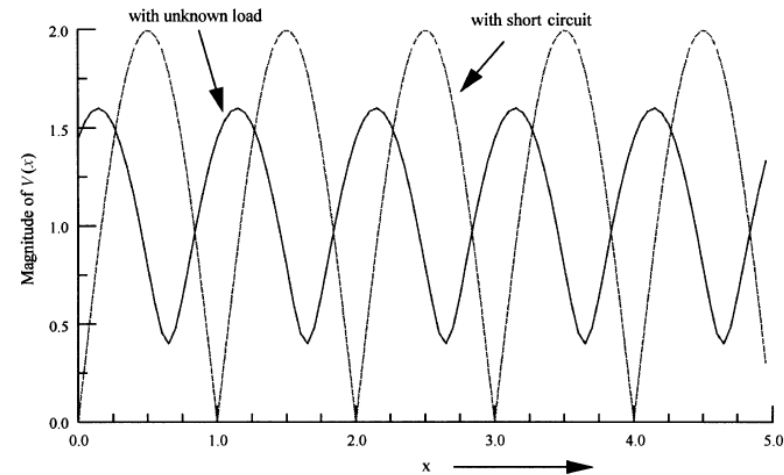
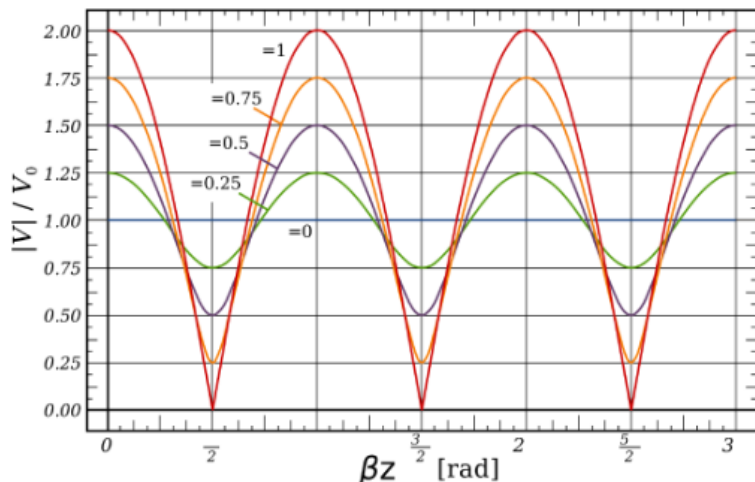
Натоварена линия

1Е. Линия натоварена едновременно с активно и реактивно съпротивление.

Част от енергията се отдава в товара а част се отразява. При такъв товар се разпространяват едновременно **бягащи и стоящи вълни!**



Линия натоварена с активно и индуктивно съпротивление



Стояща вълна на напрежението на дадена накъсо линия и на линия натоварена с неизвестно съпротивление.

Натоварена линия

2. Основни параметри характеризиращи съгласуването на товара Z_L с характеристикния импеданс Z_C на линията.

($Z_C = \rho$ за идеална линия без загуби) Зад. $U_{\max}=20$ V, $U_{\min}=5$ V, КСВ=?

максимум на стоящата вълна на напрежението

Коефициент на Стояща Вълна по Напрежение

Voltage Standing Wave Ratio $VSWR = S = \frac{|V(x)|_{\max}}{|V(x)|_{\min}}$

$$КСВ_U = \frac{(U_x)_{MAX}}{(U_x)_{MIN}}$$

минимум на стоящата вълна на напрежението

Зад. $Z_C=50$ Ω , $Z_L=150$ Ω , $\Gamma=?$

$$\Gamma = \frac{U_{отр}(x)}{U_{пад}(x)} = |\Gamma| \cdot e^{j \cdot \varphi} = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C}$$

Коефициент на отражение- отношението на амплитудата на отразената към амплитудата на падащата вълна.

$\Gamma=0$ – идеално съгласувана линия, в която се разпространяват **бягащи вълни**. Получава се, когато $Z_L=Z_C$ съгласуван товар!

$|\Gamma|=1$ – в линията се установява само **стояща вълна**. $Z_L \gg Z_C$; $Z_L \ll Z_C$

$0 < |\Gamma| < 1$ – в линията се разпространяват **бягащи и стоящи вълни**.

Зад. Товарът на 50 Ω коаксиална линия е антена с $Z_L=300$ Ω , определете Γ ?

Натоварена линия

$$КСВ = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

Връзка между КСВ и коефициента на отражение – дава възможност да се измерват неизвестни товари!

КСВ = 1 , $\Gamma=0$ – идеално съгласувана линия, в която се разпространяват бягащи вълни.

КСВ = ∞ , $|\Gamma| = 1$ – в линията се установява само **стояща вълна.**

$1 < КСВ < \infty$, $0 < |\Gamma| < 1$ – в линията се разпространяват **бягащи и стоящи вълни.**

Зад. Определете КСВ в линията, добре ли е съгласувана антената?

3. Входно съпротивление Z_{in} на идеална линия с разпределени параметри

$$Z_{in}(x) = \frac{u(x)}{i(x)}$$

отношението на напрежението и тока на разстояние x от края на линията.

Входният импеданс зависи от дължината на линията (x) и от товара в нейния край. Това е импедансът на линията, който се включва към ВЧ генератора.

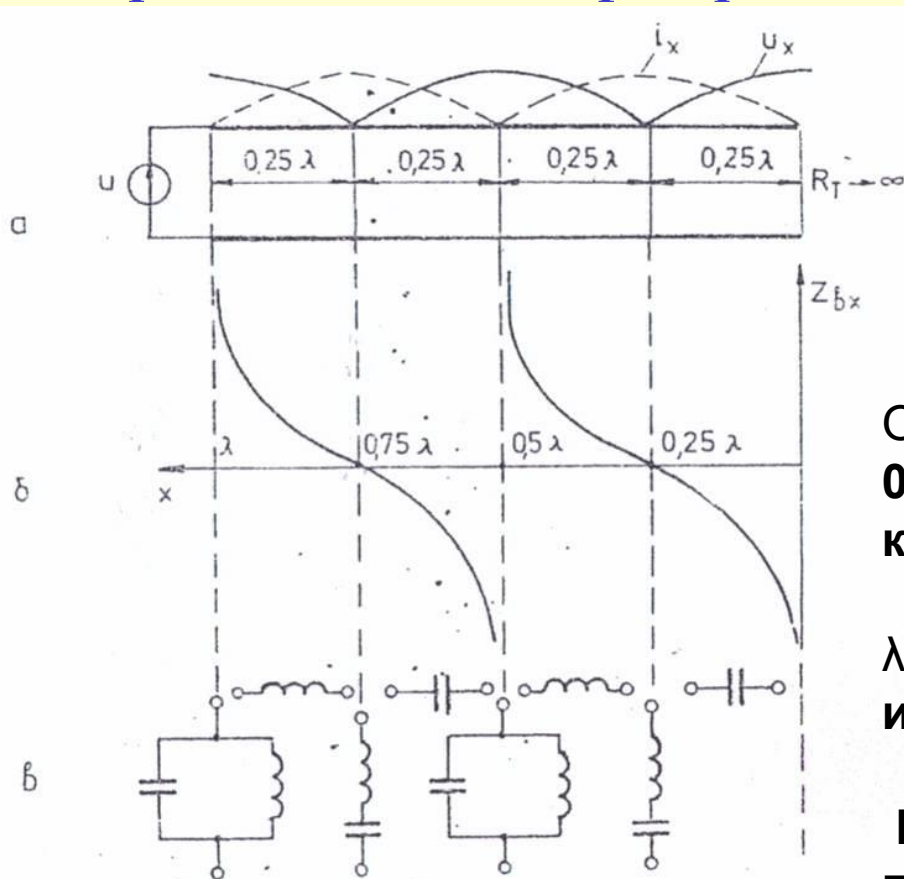
$$Z_{in}(x) = \rho = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}}$$

Входният импеданс на **безкрайно дълга** линия е равен на вълновото съпротивление или ако линията е натоварена с **товар равен на вълновото съпротивление!**

Натоварена линия

Входно съпротивление на **отворена** линия (стоящите вълни на тока и напрежението са дефазирани на ъгъл 90°):

$$Z_{in} = \frac{2U_m \cos\left(\frac{\omega}{v}x\right)}{2I_m \sin\left(\frac{\omega}{v}x\right)} = \frac{U_m \cos(\beta \cdot x)}{I_m \sin(\beta \cdot x)} = \rho \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$



Фиг. 6.11

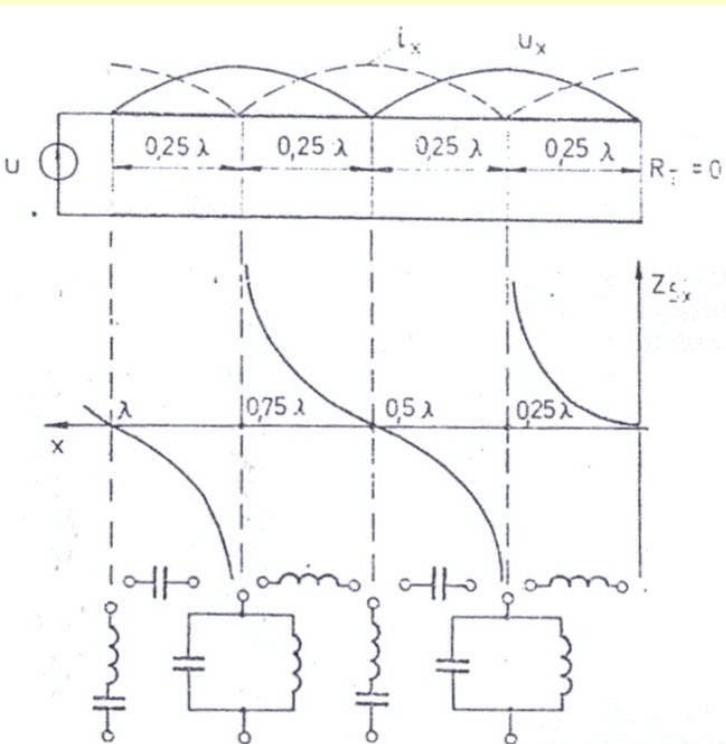
Отрязък от ОТВОРЕНА линия с дължина:
 $0 < l < \lambda / 4$ – може да се разглежда като **капацитет**;

$\lambda / 4 < l < \lambda / 2$ – може да се разглежда като **индуктивност**;

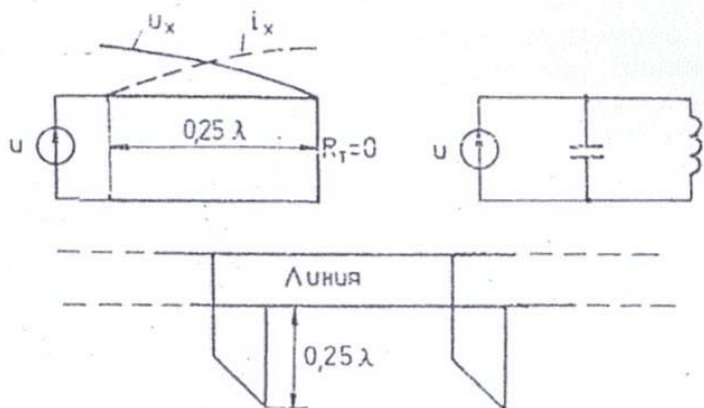
$l = \lambda / 4$ – може да се разглежда като **последователен трептящ кръг**;

$l = \lambda / 2$ – може да се разглежда като **паралелен трептящ кръг**

Натоварена линия



Фиг. 6.12



Входно съпротивление на дадена **накъсо** линия (стоящите вълни на тока и напрежението са дефазирани на ъгъл 90°):

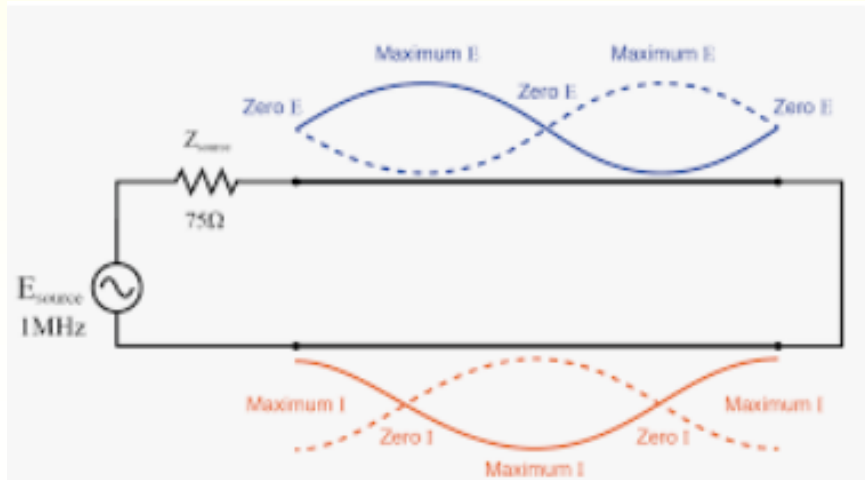
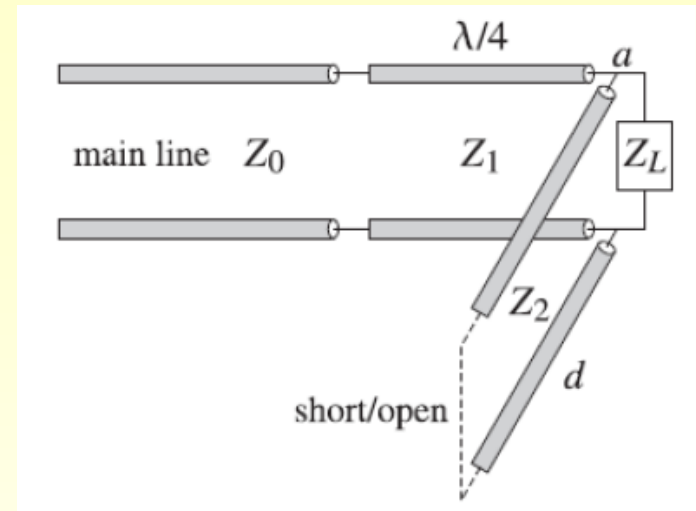
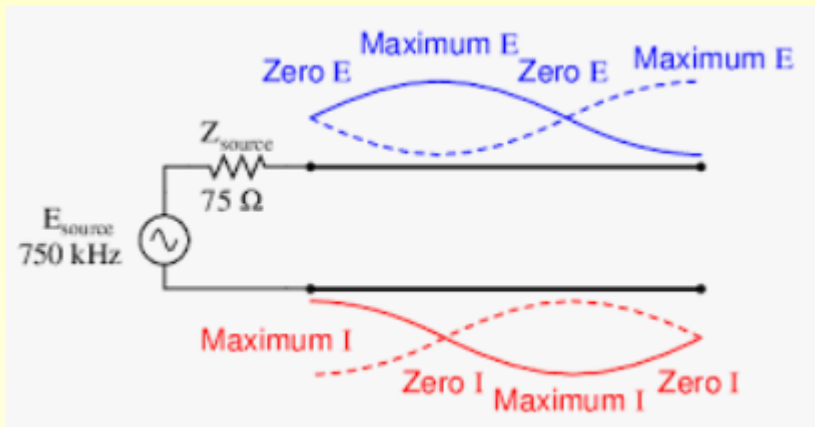
$$Z_{in} = \frac{2U_m \sin\left(\frac{\omega}{v}x\right)}{2I_m \cos\left(\frac{\omega}{v}x\right)} = \frac{U_m \sin(\beta \cdot x)}{I_m \cos(\beta \cdot x)} = \rho \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

Отрязък от дадена **НАКЪСО** линия с дължина: $0 < l < \lambda / 4$ – може да се разглежда като **бобина**;

$\lambda / 4 < l < \lambda / 2$ – може да се разглежда като **капацитет**;

$l = \lambda / 4$ – може да се разглежда като **паралелен трептящ кръг**;

$l = \lambda / 2$ – може да се разглежда като **последователен трептящ кръг**



Съгласуване с отрязъци от линия с разпределени параметри.

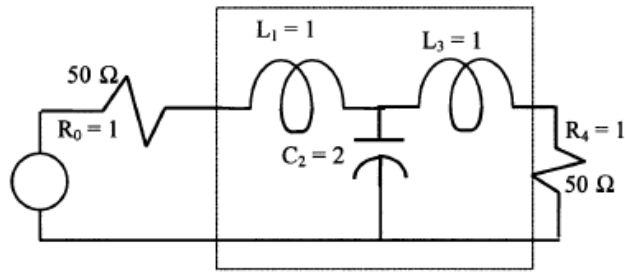
$$Z_L = R + j \cdot \omega L$$

$$Z_2 = -j / \omega C$$

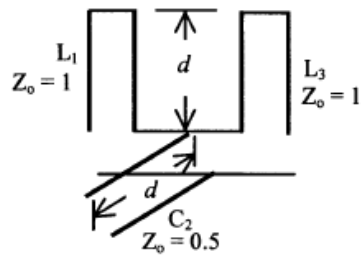
$$Z_1 = \sqrt{R \cdot Z_0}$$

Натоварена линия

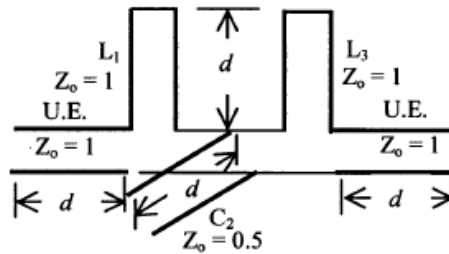
Example 8.13: Design a three-element maximally flat low-pass filter with its cutoff frequency as 1 GHz. It is to be used between a 50-Ω load and a generator with its internal impedance at 50 Ω.



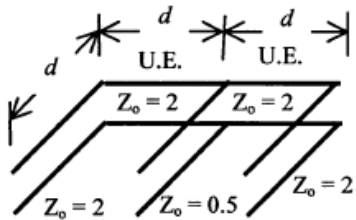
(a)



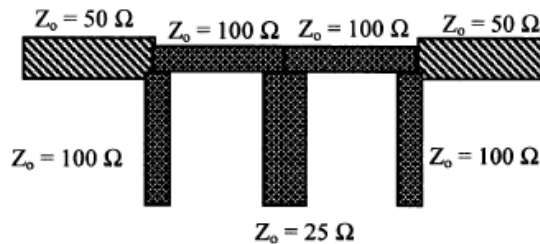
(b)



(c)



(d)



Т-образен Ниско Честотен LC-филтър

$$\omega' = 0; \omega'' = \frac{2}{\sqrt{L.C}}$$

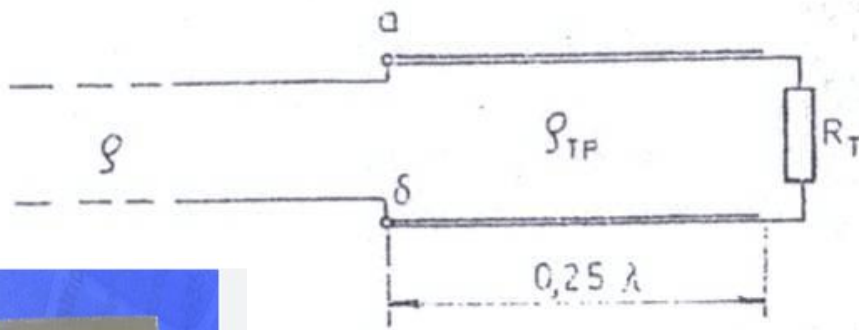
$$L / 2 = 0.16 \mu H; C = 0.32 pF$$

$$\omega'' = \frac{2}{\sqrt{0.32 \cdot 10^{-6} \cdot 0.32 \cdot 10^{-12}}} = \frac{2}{0.32 \cdot 10^{-9}} = 6.28 \cdot 10^9 \text{ rad / s}$$

$$f = \frac{\omega''}{2 \cdot \pi} = 1 \text{ GHz}$$

Натоварена линия

4. $\lambda/4$ - трансформатор на съпротивление- отрязък от линия, използван за съгласуване на активен товар R_L с линия с разпределени параметри

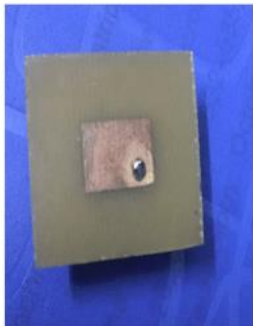


$$Z_{ab} = \frac{\rho_{tr}^2}{R_L}; \rho_{tr} = \sqrt{Z_{ab} \cdot R_L}$$

$$\rho_{tr} \approx 60 \sqrt{\frac{1}{\epsilon_r}} \ln \frac{a}{b}$$

$$\rho_l = 50 \Omega, R_L = 98 \Omega$$

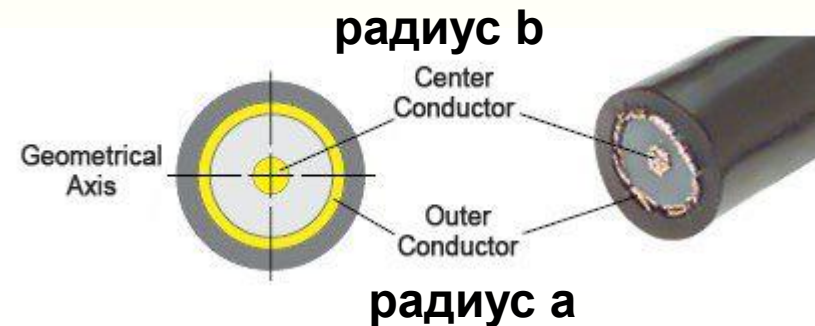
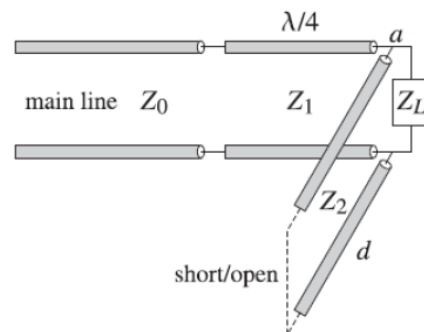
$$\rho_{tr} = \sqrt{50 \cdot 98} = 70 \Omega$$

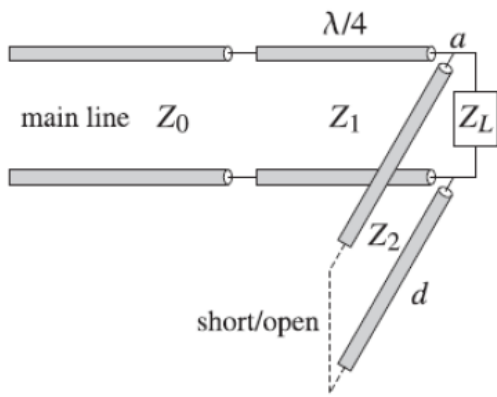


(b)



(d) Fabricated structure





Зад. Определете параметрите стъба и на $\lambda/4$ трансформатора за антената с $Z_L=162-j25 \Omega$, ако работи на 3.75 GHz с коаксиална линия RG8X ?

RG-8/X	50	1.0 mm	Solid PE	0.185	4.7	0.270	6.86	double	0.75	A thinner version, with the electrical characteristics of RG-8U in a diameter similar to RG-6
--------	----	--------	----------	-------	-----	-------	------	--------	------	---

Съгласуване с отрязъци от линия с разпределени параметри-накъсо линия.

$$Z_L = R - j/\omega C$$

$$Z_2 = j \omega L$$

$$Z_1 = \sqrt{R \cdot Z_0}$$

$$Z_{in} = \frac{2U_m \sin\left(\frac{\omega}{v} x\right)}{2I_m \cos\left(\frac{\omega}{v} x\right)} = \frac{U_m \sin(\beta \cdot x)}{I_m \cos(\beta \cdot x)} = \rho \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

$$V = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = 0.75c \rightarrow \sqrt{\epsilon_r} = \frac{1}{0.75} = 1.33 \rightarrow \epsilon_r = 1.78$$

$$\lambda = 30 / f = 8 \text{ cm}; \lambda_g = \lambda / \sqrt{\epsilon_r} = 6.015 \text{ cm}$$

$$Z_{in} = 25 = 50 \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{6.015} x\right) \rightarrow x = 0.44 \text{ cm}$$

$$L = \lambda_g / 4 = 1.5 \text{ cm}; Z_1 = \sqrt{162 \cdot 50} = 90 \Omega$$

$$90 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{a_x}{b}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{a_x}{b}\right) = 1.995 \rightarrow a_x = 7.31b = 7.31 \text{ mm}$$

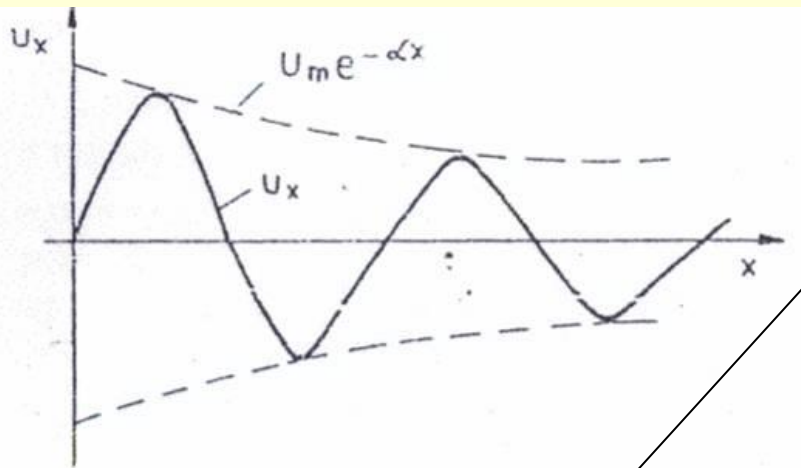
3500 – 3600 MHz на „Йеттел“.

3600 – 3700 MHz на „А1 България“

3700 – 3800 MHz на Виваком

Натоварена линия

5. Реални линии с разпределени параметри



Коефициент на затихване α :

$$U_{mx}(x) = U_m e^{-\alpha \cdot x} \quad \text{амплитуда на напрежението}$$

$$u_x = U_m e^{-\alpha \cdot x} \sin[\omega(t - x/v)]$$

$$i_x = I_m e^{-\alpha \cdot x} \sin[\omega(t - x/v) - \varphi]$$

$$\alpha = \frac{R_d}{2} \sqrt{\frac{C_d}{L_d}} + \frac{G_d}{2} \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} \quad \text{зависи от загубите в линията}$$

$$\alpha \approx 8.7 \lg \frac{U_{mx}}{U_{m(x+1)}} \left(\frac{dB}{m} \right)$$

$$\alpha \approx \ln \frac{U_{mx}}{U_{m(x+1)}} \left(\frac{Np}{m} \right)$$

При разпространението си в реална линия със загуби **амплитудите на бягащите вълни на напрежението и тока намаляват** с разстоянието от източника.